



FACULDADE DE MEDICINA DE RIBEIRÃO PRETO
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

17ª MARATONA DE MATEMÁTICA - ETAPA FINAL - 28/11/2006

<http://www.fmrp.usp.br/maratona>

INSTRUÇÕES

- A prova tem 3 horas de duração;
- Só é permitida a saída do aluno após 30 minutos do início da prova;
- A prova pode ser feita a lápis ou a tinta;
- Não é permitido o uso de calculadoras;
- Ao terminar, o aluno levará consigo a folha de questões (esta folha);
- Deve ser apresentada a resolução completa de cada questão; não será considerada a questão que só tem a resposta, mesmo que correta.

QUESTÕES

- 1) O “Pró-mandioca”, projeto que propõe a adição de 10% de amido de mandioca na farinha de trigo, foi aprovado na câmara dos deputados no último mês de junho. “A justificativa central para o projeto é incentivar a produção da mandioca e a agricultura familiar, e ao mesmo tempo, reduzir a dependência do trigo importado. Só neste ano o Brasil deve importar 60% do trigo que consumirá, ao custo de US\$810 milhões” – Folha de S. Paulo, 18/6/06. Quantos milhões de dólares o Brasil deixaria de importar em trigo em 2006, se a lei do “Pró-mandioca” fosse obrigatória e vigorasse a partir de 1º de julho 2006?
- 2) Muitas pessoas quando querem se referir ao “Brasil de ponta a ponta” utilizam-se da expressão “do Oiapoque ao Chuí”. Isso porque essas duas cidades encontram-se nos extremos opostos do Brasil. Oiapoque é uma cidade do Amapá, divisa com a Guiana Francesa, e Chuí fica no Rio Grande do Sul, divisa com o Uruguai. Medi no mapa, com uma régua, a distância entre as duas cidades e obtive 27,7 cm. A legenda do mapa marcava 1:15.000.000, ou seja, cada cm do mapa correspondia a 15.000.000 cm na realidade. Qual é a distância, em km, do Oiapoque ao Chuí em linha reta?
- 3) Um grupo de médicos faz um trabalho voluntário em um asilo, de tal forma que todos trabalham todos os dias o mesmo número de horas e sempre há um, e apenas um, médico de plantão. Um médico trabalha por semana o que os demais médicos trabalham por dia. Quantos são os médicos?
- 4) Na copa do mundo deste ano na Alemanha foi marcado um certo número de gols. Se tivessem marcados 13 gols a mais, a média seria 2,5 gols por partida. Se tivessem marcados 19 gols a menos a média seria 2 gols por partida. Quantos gols foram marcados?

- 5) Um automóvel rodou 192 km na estrada e 160 km na cidade, gastando-se no total, 40 litros de álcool. Sabendo-se que o automóvel roda na estrada 50% a mais que na cidade com a mesma quantidade de álcool, quantos km roda na cidade com 1 litro de álcool?
- 6) Um feirante pagou por uma caixa de maçãs R\$36,00 e vendeu-as com aumento de R\$1,20 em cada dúzia. No final da feira teve lucro de R\$1,80 e ainda sobraram 9 maçãs. Quantas maçãs o feirante havia comprado?
- 7) Em uma sala de cinema, com 125 lugares, há mais de 65 pessoas assistindo ao filme. A terça parte dessas pessoas são homens, dos quais a sétima parte são crianças. Quantas mulheres há na sala?
- 8) A televisão tradicional tem as dimensões na proporção de 4:3, isto é, o comprimento é igual a $\frac{4}{3}$ vezes a altura. A televisão digital tem as dimensões na proporção de 9:16. Que dimensões (comprimento e altura) devem ter uma televisão digital que tem a área da tela igual à da televisão tradicional com 25 polegadas de diagonal? Use $\sqrt{300}=17,3$.
- 9) Jornal, rádio e televisão, a mídia, em geral, noticiou neste mês a morte da modelo Ana Carolina Reston, de 21 anos, em decorrência de problemas causados por anorexia (falta de apetite); tinha 1,73 m e 42 kg. O IMC (Índice de Massa Corporal), definido como a razão do peso e o quadrado da altura, é tido como saudável na faixa de 18 a 25 kg/m². Quanto, no mínimo, Ana Carolina deveria engordar para que tivesse o peso compatível com a altura?
- 10) Uma loja faz promoção de vendas anunciando um desconto de 30%. No entanto, para não ter que reduzir muito o seu lucro, reajustou previamente os seus preços de modo que o desconto representasse apenas 16% do preço antes do reajuste. Qual foi o reajuste prévio (%) feito pela loja?

RESOLUÇÕES - ETAPA FINAL - 28/11/2006

1) 60% de trigo corresponde a US\$ 810 milhões, então 10% corresponde a $810 : 6 = \text{US\$ } 135$ milhões; esta seria a quantia que o Brasil deixaria de importar em trigo durante todo o ano. Então, a partir de julho seria $135 : 2 = \text{US\$ } 67,5$ milhões.

2) 1 cm no papel corresponde a 150 km na terra, daí, 27,7 cm corresponderá a $27,7 \times 150 = 4.155$ km.

3) Sejam x: o número de médicos e

y: o número de horas que cada médico trabalha por dia

$$\text{Então (1) } x \cdot y = 24$$

$$(2) 7y = 24 - y$$

Por (2), $y=3$. Substituindo-se este valor em (1) encontra-se $x=8$ médicos.

4) Sejam x: número de gols marcados e y: número de partidas. Então

$$\frac{x+13}{y} = 2,5 \quad e \quad \frac{x-19}{y} = 2$$

Resolvendo-se o sistema, encontra-se $x=147$ gols.

5) Sejam

x: distância que o automóvel roda na cidade com 1 litro de álcool. Daí,

1,5x: distância que o automóvel roda na estrada com 1 litro de álcool.

Então $\frac{192}{1,5x} + \frac{160}{x} = 40$. Resolvendo-se esta equação, encontra-se $x=7,2$ km.

6) Sejam x: número de dúzias de maçãs, e y: preço que o feirante pagou por dúzia de maçãs. Então

$$(1) x \cdot y = 36 \quad \text{ou} \quad y = \frac{36}{x}$$

$$(2) \left(x - \frac{9}{12}\right)(y + 1,20) = 37,80$$

De (2), $xy + 1,2x - 0,75y - 0,9 = 37,8$. Substituindo-se os valores da expressão

$$(1) \text{ em (2), obtém-se } 36 + 1,2x - 0,75 \frac{36}{x} - 0,9 = 37,8, \text{ ou } 1,2x^2 - 2,7x - 27 = 0.$$

Resolvendo-se a equação, encontra-se $x = 6$ dúzias.

7) Porque a terça parte das pessoas são homens, os múltiplos de 3, entre 85 e 125, são os possíveis números de pessoas, ou seja: 87, 90, 93, 96, 99, 102, 105, 108, 111, 114, 117, 120, 123. Porque a sétima parte dos homens são crianças, devemos verificar quais destes números são divisíveis por 7; apenas o 105. Então há 105 pessoas, das quais $\frac{2}{3}$ são mulheres, ou seja, há 70 mulheres na sala.

- 8) Seja x a altura da TV tradicional. Então, $\frac{4}{3}x$ é o comprimento. Daí, $x^2 + (\frac{4}{3}x)^2 = 25^2$, isto é, $x=15$ polegadas de altura. O comprimento é $\frac{4}{3}x=20$ polegadas, e a área da tela, $15 \cdot 20 = 300$ polegadas². Seja y a altura da TV digital. Então $\frac{16}{9}y$ é o comprimento. Logo $y \cdot \frac{16}{9}y = 300$ ou $y = \frac{3}{4}\sqrt{300} = 12,99$ polegadas de altura, e $\frac{16}{9}y = 23,09$ polegadas de comprimento.
- 9) Seja x o peso correspondente ao menor IMC saudável, que é 18. Como $IMC = \frac{peso}{altura^2}$, então $18 = \frac{x}{1,73^2}$. Daí, $x=54$ kg. Logo, Ana Carolina deveria engordar $54-42=12$ kg.
- 10) Seja x o índice de reajuste prévio. Um produto com o valor y passou a ter o valor $(1+x)y$, no qual foi aplicado um desconto de 30%, ou seja, o produto passou a ser vendido por $0,70(1+x)y$, que corresponde a 84% de y . Então $0,70(1+x)y=0,84y$. Resolvendo-se a equação, encontra-se $x=0,20$, isto é, o reajuste prévio foi de 20%.